LA RELACIÓN DE SEMEJANZA Y ESCALA DE MEDIDA ASOCIADA

INÉS SANZ LERMA
Dpt.º Didáctica de la Matemática y las Ciencias Experimentales de la U.P.V. / E.H.U.

RESUMEN.-

La relación de semejanza es, junto a las de orden y equivalencia, de gran interés en los primeros estudios de los objetos y sus propiedades, por lo que se propone su inclusión en la Enseñanza Primaria, para lo cual se hace su caracterización analítica y gráfica. Tambien se justifica la escala de medida asociada a la misma.

SUMMARY.-

Similarity relation is of a great interes in the firststeps of the analysis of objects and their properties, together with the orden and equivalence relations. Therefore I sugest its inclusion in the Primary School teaching and the aim of this paper is its analytic and graphic caracterization. I also justified, the medition scale associated with it.

INTRODUCCION.-

La relación de semejanza de la que voy a tratar no es la que corresponde a lo que llamamos figuras semejantes en geometría euclídea, que es una relación de equivalencia,sino una relación mas simple, aplicable al análisis de cualquier colección de objetos que sean distinguibles entre sí, o sea, que no estén descritos por un mismo número de propiedades iguales. Las propiedades se entiende que pueden ser tanto las llamadas observables, como las abstractas de cualquier tipo.

Esta relación corresponde a la noción vulgar de "se parece a" y es usada por los niños desde los primeros niveles, cuando empiezan a juntar un objeto con otro porque se parece en alguna propiedad que les atribuyen, por ejemplo en los juegos de diferenciación (KOTHE, S., 1986). Aparte de su interés en la Enseñanza Primaria, puede ser interesante tambien considerar la escala de medida a ella asociada como una escala de medida más justo a las nominales y ordinales, además de las clásicas de intervalos y proporcionales típicas de las ciencias experimentales; esas otras son de gran interés en la investigación de ciencias sociales (BADOSA, X.M., 1989) (CASTRO, C., 1986-87) a cuyo grupo pertenecen en gran parte las investigaciones didácticas. Su carácter básico la hace, en mi opinión, muy adecuada para plantear situaciones de enseñanza-aprendizaje en Primaria, en cualquier área, bajo el objetivo común de desarrollo de la capacidad de pensamiento lógico.

La forma de presentación de esta relación me fué sugerida en un curso de Doctorado que impartió el profesor Tomás Mormann en San Sebastián (MORMANN, T., 1990), que está a su vez inspirado en ideas de R. Carnap. En el área de Inteligencia Artificial aparece hoy con gran fuerza una versión de la teoria de la semejanza bajo el nombre de Teoría de la Concurrencia (PETRI, C.A., 1980). (El nombre inglés para la estructura (X, Co) es **Symilarity**, por lo que también podiamos usar el nombre castellanizado de Teoria de la Similaridad en vez de Teoria de la Semejanza).

1.- DEFINICION DE "RELACION DE SEMEJANZA". PUNTUALIZACIONES

La definición dada en el curso citado para esta relación, siguiendo las ideas de Carnap, es que ha de ser una relación que cumpla las propiedades reflesiva y simétrica, y no ha de ser transitiva.

O sea, dado un "mundo' G, y la relación $R \subseteq G \times G$, R será una relación de semejanza si:

Definición Primera.

I. $\forall x \in G, (x,y) \in R$

II.- $\forall x,y \in G$, si $(x,y) \in R \Longrightarrow (y,x) \not\in R$

III.- Es no transitiva.

La condición de "no transitividad" me parece que sólo sirve para definir las relaciones de semejanza en un sentido estricto. Podiamos tomar como definición más amplia de relación de semejanza la siguiente:

Definición segunda.
R será una relación de semejanza si:

I. $\forall x \in G, (x,X) \in R$

II. $\forall x,y \in G$, si $(x,y) \in R \Longrightarrow (y,x) \not\in R$

Con esta segunda definición, las relaciones de equivalencia (que además de cumplir I y II son transitivas) pasarán a ser un subconjunto de las relaciones de semejanza, lo cual parece conveniente. En este caso podemos llamar a las relaciones que cumplen la definición primera **relaciones de semejanza en sentido estricto**.

Esta segunda definición también nos permite dar sentido a la relación de semejanza, para cualquier número de elementos de G.

Veamos:

Para 1 **elemento** : G = {x}

Unica relación posible R = { (x,x) }

Sólo es posible presuponer en "x" una propiedad p, que nos permite decir que xRx. En este caso la relación R siempre será reflesiva y además simétrica y transitiva. O sea será siempre una relación de equivalencia, y tambien de semejanza en el sentido de la definición segunda.

Para 2 **elementos** : G = { x,y}

Relaciones posibles: R_1 = { (x, x) , (y, y) }

R_2 = { (x, x) , (y, y) , (x, y) , (y, x) }

Como vemos tanto la R_1 como la R_2 son reflexivas, simétricas y transitivas y estamos en el mismo caso que con 1 elemento.

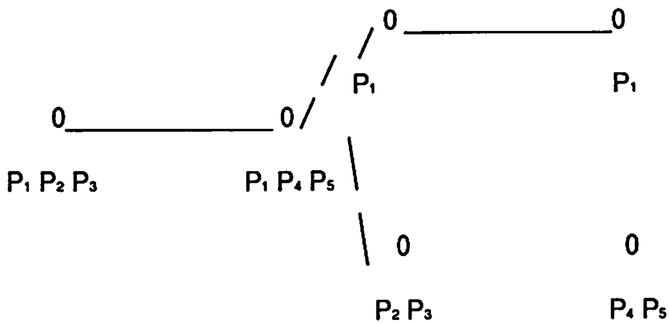
Los grafos[1] representativos de estas relaciones son:

	X	Y		X	Y
R_1 :	O	0	R_2 :	0 ------	0
	dos clases inconexas.			una clase "x equivalente a y"	

Si se suponen más propiedades, se podría pensar en que hay grafos del tipo por ejemplo:

0 ________________________ 0
P_1 P_2 P_3 P_1 P_4 P_5

Este grafo parece reflejar una relación de semejanza diferente de las expresadas en los dos anteriores. Pero dado que, para un mundo de 2 objetos, las únicas relaciones de semejanza que podemos construir son las que hemos llamado R y R , este grafo es "sobreabundante" de propiedades y debe ser reducible a los dos anteriores. Yo así lo estimo pues los objetos x, y serán "equivalentes" o "iguales", si se miran respecto a la propiedad (o conjunto de propiedades) comunes, y serán diferentes si se analizan respecto a las que no comparten, por tanto:



En vista de la situación que presente un mundo de 1 ó 2 elementos, concluiremos que para que un mundo G soporte una relación de semejanza en sentido estricto deberá tener al menos 3 elementos. Consideraremos los casos de "relaciones de equivalencia" como casos degenerados, y aunque demos algún ejemplo en que aparecen objetos "equivalentes" no los tomaremos en cuenta en los análisis que siguen, ya que no son casos de semejanza estricta. Si nos encontramos con que varios elementos forman una clase de equivalencia respecto al conjunto de sus propiedades, elegiremos un representante de la clase y reduciremos el grafo en ese sentido. Por ejemplo:

0 -------0--------0-------0 -------→ 0 -------0 -------0
P_2 P_1P_2 P_1 P_1 P_2 $P_1 P_2$ P_1

Los distintos objetos o elementos del mundo, descritos por la propiedad (o conjunto de propiedades) p_1, serán considerados como equivalentes y por tanto bastará trabajar con un representante de esa clase. Es lo que hacemos habitualmente, ya que, cuando queremos "reconstruir" las propiedades de un mundo de piedras, no tomamos todos los objetos que sean piedras, sino un representante de las "piedras calizas", "piedras graníticas", ... o de las "piedras blancas", "piedras negras", o una piedra cualquiera como representante de los objetos que llamamos piedras.

A continuación procedremos a analizar las posibilidades que aparecen en un mundo G de objetos a los que se atribuyen propiedades, combinando el número de objetos con el número de propiedades observadas, atribuidas, etc. Veremos qué grafos aparecen y los interpretaremos tratanto de encontrar alguna regla de formación (Reconstrucción en el sentido de Carnap) . Pasaremos luego a dar el método que estimamos más adecuado y finalmente utilizaremos ese método para hacer la reconstrucción a partir de un grafo dado, tratando de encontrar el número mínimo de propiedades que lo justifican en base a la relación de semejanza en sentido estricto. Partiremos siempre del mínimo de 3 objetos para G, según acabamos de justificar. Solo daremos los casos de interés, y alguno de los "degenerados".

2.- RECONSTRUCCION EN EL SENTIDO DE CARNAP

Las tablas I y II presentan la reconstrucción de un mundo de 3 y 4 objetos respectivamente, a partir de las hipótesis de 1, 2, 3, etc. propiedades, que permiten enlazar los objetos por la relación de semejanza. La relación de semejanza consiste en que dos objetos están relacionados si comparten una propiedad. No consideramos mas que enlaces simples, o sea, equivalentes a compartir una sola propiedad.

No tiene interés seguir añadiendo más propiedades en estos casos, pues no hay mas configuraciones geométricas posibles de tres o cuatro objetos con enlaces simples. Mas adelante aclararemos esto. O sea, no hay más grafos para tres objetos que los que aparecen en la tabla I : cualquier número de propiedades superior a 3 producirá grafos reducibles a los dos básicos hallados, que designamos como CADENA ABIERTA (SIMPLEX I) y CADENA CERRADA o BUCLE (SIMPLEX II). Y para 4 objetos sólo existen los 5 grafos básicos que aparecen en la tabla II.

Las configuraciones básicas que vamos obteniendo obedecen a los tipos siguientes:

I.- CADENA ABIERTA, que es facilmente generalizable (ver tabla III). Si tenemos n elementos, necesitamos n-1 propiedades para reconstruirlos en la configuración de cadena abierta.

II.- CADENA CERRADA. Para reconstruir esta configuración con n objetos hacen falta n propiedades.

III.- ESTRELLAS ABIERTAS que se reconstruyen como las cadenas abiertas, con n-1 propiedades para n objetos (tabla III)

IV.- Otras figuras, compuestas de las anteriores, cuya ley de formación no analizo en este trabajo.

En la tabla III he reconstruido tambien algunos grafos abiertos para mas de 4 elementos, que llamo "cadenas estrelladas".

3.- OTRA FORMA DE ENFOCAR LA RECONSTRUCCION DEL "MUNDO" EN EL SENTIDO DE CARNAP, BASADA EN EL ANALISIS DE LAS CLASIFICACIONES DICOTOMICAS.

Supongamos que partimos de un mundo G, a cuyos objetos atribuimos propiedades p_1 , p_2 , ..., que nos servirán para analizar esos objetos en función de las propiedades compartidas, tal como hemos hecho en el apartado anterior.

Vamos a comenzar fijándonos en una propiedad, P_1 , y a decidir que objetos la poseen y cuales no. Elaboraremos así dos clases { p_1 , $\neg p_1$ }.

Pasamos a otra propiedad P_2 y decidimos de nuevo qué objetos la poseen y cuales no. Repetimos el proceso con las propiedades p_3 , p_4 , etc, hasta terminar .

Todo el proceso se puede representar por el típico diagrama en árbol que aparece en la tabla IV. Si consideramos k propiedades obtendremos 2^k formas de agruparlas tal como aparecen reflejadas en las terminaciones de las ramas del árbol en cada nivel. Por tanto para k propiedades solo existirán 2^k clases de objetos que puedan ser considerados diferentes entre sí. Estrictamente hablando podemos tomar $2^k - 1$ objetos diferentes, suponiendo que todos ellos tienen al menos una de las k propiedades, pues la rama del extremo derecho corresponde a objetos que no poseen ninguna de las propiedades atribuidas a, o discernidas en, los objetos considerados.

Lo que nos interesa en este diagrama es que si miramos a un determinado nivel nos encontramos toda la combinatoria posible de propiedades de ese nivel. Si atribuimos esa misma distribución de propiedades a "objetos", nos encontraremos que esos objetos se parecen entre sí, más o menos según el número de propiedades que compartan. Podemos definir una relación entre los objetos como "compartir una propiedad" y esta relación es, desde luego, nuestra relación de semejanza.

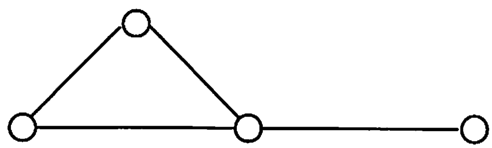
Resumiendo: para k propiedades sólo se pueden encontrar $2^k -1$ objetos que sean discernibles uno de otro respecto a esas propiedades, supuesto que estos objetos poseen al menos una de esas k propiedades. En las tablas IV y V aparecen los grafos de las relaciones de semejanza entre esos objetos para niveles 2, 3 y 4.

(Si existieran mas de 2^k -1 objetos y sólo k propiedades, claro es que algunos de ellos serian equivalentes ente sí, y operariamos con un representante cualquiera de la clase, como ya indicamos). Los enlaces son simples, dobles, triples, etc, según los objetos compartan 1, 2, 3, etc, propiedades. Habrá una relación de semejanza mínima que será el grafo de enlaces simples, y otras relaciones que serán las de "compartir una segunda propiedad", "una tercera propiedad", etc. Cuanto mayor número de propiedades compartan más elevada será la semejanza o similitud entre los objetos. Esta via desemboca naturalmente en la equivalencia de objetos, cuando comparten todas las propiedades respecto a las cuales se define la relación entre ellos.

Estos grafos contienen todas las variantes que analizamos en el apartado anterior, en todas las combinaciones posibles.

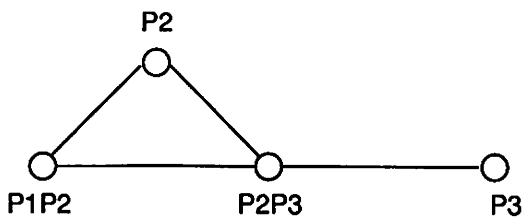
4.- PROBLEMA INVERSO: RECONSTRUCCION DE LAS PROPIEDADES DE UN MUNDO A PARTIR DE SU GRAFO.

Si el grafo contiene n objetos "diferentes", para su reconstrucción bastarán k propiedades con la condición de ser $n \leq 2^k - 1$, siempre que el grafo sea compatible con los representados en las tablas IV y V. Si no habrá de aumentar el número de propiedades hasta llegar al nivel en que el grafo sea compatible. Existe solución siempre, pues estos grafos, generalizados a un número cualquiera de propiedades, simbolizan todas las formas posibles de combinarse esas propiedades. Ejemplos

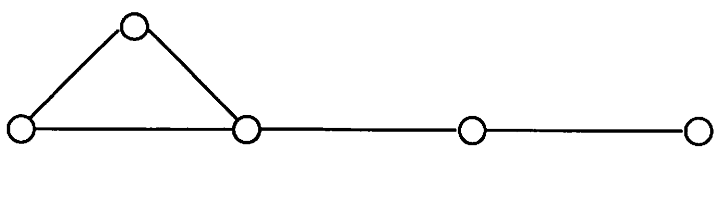


1.- GRAFO de partida:

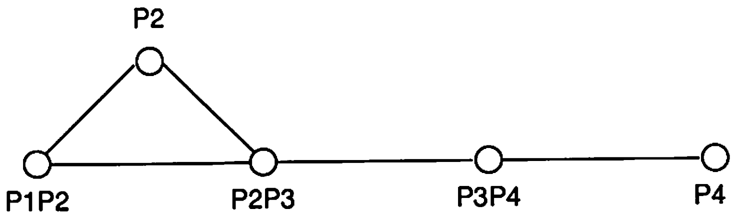
Recosntrucción: como se suponen 4 "objetos" diferentes, y como $-4 \leq 2^3 - 1$, probamos a reconstruirlo con 3 propiedades. En efecto existe solución y es la siguiente:



2.- GRAFO de partida:



Reconstrucción: Este grafo no es compatible con el grafo básico de tercer orden, a pesar de ser $5 \leq 2^3 - 1$. Suponiendo que sólo se toleran enlaces simples (compartir una propiedad unicamente, la reconstrucción exige un mínimo de 4 propiedades: O P2



5.- *INTERÉS DE LA TEORIA DE LA SEMEJANZA PARA EL APRENDIZAJE LOGICO-MATEMATICO EN LOS PRIMEROS NIVELES.*

Uno de los nucleos de aprendizaje en los primeros niveles, dentro del área lógico-matemática, es la **clasificación y seriación** de objetos de un "universo" dado. Este "universo" o "mundo" suele estar formado por objetos en los que destacan claramente **propiedades**; color, tamaño y forma suelen ser las más habituales. El "mundo" seleccionado puede ser de objetos naturales (hojas, piedras, ...) o artificiales especialmente construidos para trabajar en los primeros pasos en estos temas como el de los bloques lógicos de Dienes.

5.1. La semejanza y las clasificaciones.

Las tareas de aprendizaje se orientan a pedir que el niño clasifique el conjunto dado por una de las propiedades "rojo" , "no rojo" y represente la situación de algún modo. Avanzando con una propiedad más se llega a la típica situación de diagramas de árbol, etc, plasmada en todos los libros escolares.

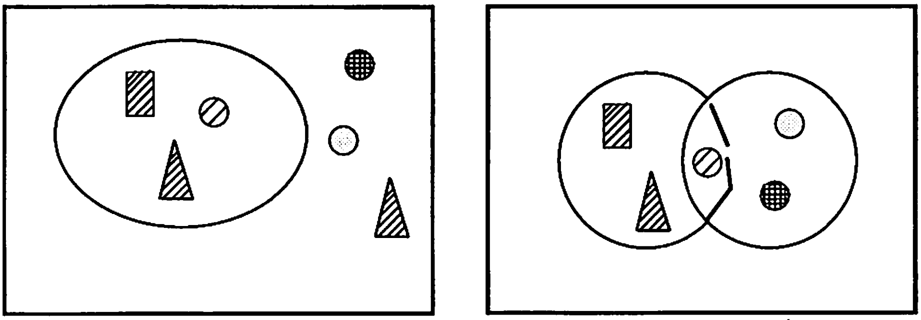
El objetivo es llegar a partir el universo en clases disjuntas por una, dos o más características o propiedades.

Todos los niños tienen dificultades para realizar este tipo de trabajos, pues la **semejanza entre objetos**, que no se explicita, confunde y hasta hace de "trampa". Me parece que podía utilizarse explicitamente y comenzar en un primer nivel pidiendo a los niños que vayan poniendo en montones las cosas que " se parecen " entre sí. Surge así inmediatamente la típica duda de si el "triangulo rojo" se pone con las figuras que son rojas o con el triángulo azul porque es triangulo. Para resolver este problema podemos ofrecerle que empiece situando todos los rojos dentro de una linea "roja" y que deje fuera los que no son rojos.

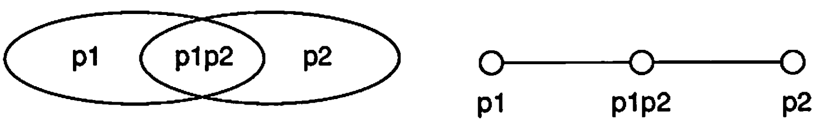
El siguiente paso es pedirle que agrupe los que son redondos y los que no son redondos, poniendo una linea alrededor del grupo de los redondos.

Tenemos así caracterizada la relación de semejanza entre los objetos:

el círculo se parece a , en que es "rojo" y se parece a , en que es redondo.



Fuera de las lineas sólo queda , que no posee ninguna de las propiedades que analizamos. Los diagramas de Venn resultantes equivalen al SIMPLEX I :



Estimo que este análisis se puede prolongar facilmente a tres propiedades, y, con alumnos algo mayores se puede trabajar la equivalencia de los diagramas de Venn y los grafos (tabla VI), dando al final el paso de trabajar con grafos sólo, por su mayor simplicidad. Además estos grafos pueden expresar mejor ciertas relaciones más complejas que las de forma, color o tamaño, con las que se trabaja en los primeros niveles.

Creo que puede ser muy útil trabajar la relación de semejanza ampliamente antes de entrar en el tema de las relaciones de equivalencia y la clasificación. Además me parece que este enfoque llevaría de un modo natural al concepto de ejemplar o **elemento prototípico** de una clase, como el que mantiene el máximo número de conexiones de semejanza con los demás (ROSCH, E., 1978) , (LAKOFF, G., 1987).

5.2 La semejanza y las seriaciones.

Las tareas de seriación se enfocan desde los primeros niveles escolares a fundamentar las relaciones de orden. Pero la relación de semejanza nos permite un enfoque aún más básico, del que voy a proponer algunos ejemplos.

Ejemplo 1.- Formación de CADENAS ABIERTAS.

Elegir un objeto y a continuación otro que se parezca al primero en alguna "propiedad". Elegir un tercero que se parezca al segundo en una propiedad distinta de la que elegimos para el parecido del primero con el segundo .Continuar hasta acabar con todos los objetos de nuestro universo. (Tabla VII)

Ejemplo 2.- Formación de CADENAS CERRADAS.

Se procede como en el caso de cadenas abiertas. Al llegar al último objeto se le asigna como segunda propiedad una que sea común con el primero de la cadena, y distinta de la común al primero y segundo (tabla VII).

Ejemplo 3. Derivaciones de cadenas abiertas ó cerradas.

Es facil hallar objetos que compartan una propiedad con otros ya situados en la cadena, sean contiguos o no, sin introducir nuevas propiedades para interpretar el conjunto de objetos. Formaremos así "bucles" sobre una cadena dada.

Proseguir la tarea hasta introducir el máximo número posible de objetos en una cadena sin añadir más propiedades que las n consideradas (en cadenas cerradas de n objetos o las (n - 1) en cadenas abiertas). (Tabla VII).

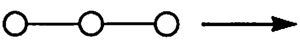
Con niños mayores se pueden abordar relaciones de doble semejanza o superior, considerando un mundo en que son atribuibles tres o más propiedades a sus objetos. Esta linea puede tener gran interés en conexión con las áreas de las Ciencias Naturales y Sociales, donde pueden encontrarse muchisimos ejemplos de hojas, flores, animales, piedras, montañas, etc, etc., donde puede resultar de gran interés encontrar lineas de máxima semejanza y ver a qué objetos o propiedades están unidos (Estrellas de "semejanza", tabla VIII).

6. LAS ESCALAS DE SEMEJANZA: UN CASO PARTICULAR DE ESCALAS DE MEDIDA.

Se llama "escala de medida" a la terna formada por dos sistemas relacionales y una aplicación que sea un homomorfismo entre ellos. O sea, ($\underline{A}$, $\underline{B}$, f) es una escala de medida, siendo el ámbito representante un sistema numérico cualquiera.

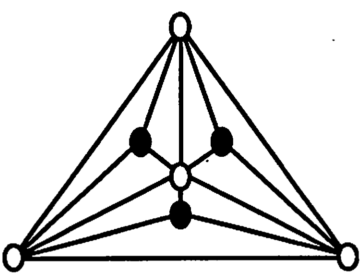
Si tenemos un mundo A cuyos objetos se "parecen" en algún rasgo, cualidad o propiedad, podremos definir entre esos objetos la relación de semejanza R que venimos analizando, con lo que ya tendremos el sistema $\underline{A}$ = (A, R). Tenemos que encontrar ahora un sistema numérico como mundo representante y el homomorfismo entre ambos. Desde luego ya tenemos un mundo gráfico como representante, el de los grafos analizados, en los que los nodos representan elementos y la relación de semejanza son los enlaces. El sistema representacional $\underline{B}$ es por tanto el grafo. Pero si queremos considerar una escala de medida hay que encontrar un sistema numérico adecuado. Veamos algún caso particular para empezar. Voy a restringir además el campo numérico a N, pues es suficiente.

2 propiedades.



$\{C_2^n\}_{n=1,2} = \{1, 12, 2\} = \{P_1, P_1 P_2, P_2\}$ y la relación de semejanza R siguiente: "dos combinaciones de propiedades están relacionadas si comparten alguna propiedad" (o sea en la notación {1, 12, 2} si comparten algún índice).

3 propiedades



$\{C_3^n\}$ $n = 1,2,3$ = {1,2,3,12, 23, 13, 123} (y la misma relación de semejanza que en el caso anterior).

y en general para k propiedades tendremos como representación del sistema (A, R) un grafo cuyos nudos se pueden poner en correspondencia biunívoca con los de

$\{C_K^n\}$ $n = 1,2, \ldots, K$ Para que este conjunto refleje la estructura del grafo tendremos que definir una relación en él así : dos elementos pertenecientes a $\{C_K^n\}$ para n=1,2,....,k están relacionados si comparten un índice numérico i cualquiera, correspondiente a la propiedad p i (i = 1,...., k).

La correspondencia f establecida, entre el grafo k propiedades y el conjunto de combinaciones de k propiedades con las relación de semejanza definida, es un homomorfismo, pués es una aplicación biunívoca que respeta la estructura. Nos falta ahora pasar a un campo numérico, pues los elementos de $\{C_k^n\}_{n=1,2,\ldots k}$ no son números.

Para ello defino la siguiente aplicación: a cada elemento de $\{C_k^n\}$ n = 1,2,...., k le asigno el número natural que en un sistema de numeración de base mayor que k se escribe igual que las expresiones combinatorias de los índices n = 1,2, ..., k, con el **convenio** de que esas expresiones se escribirán siempre en un orden creciente de los índices (para tener siempre una representación única de cada combinación). Y defino una relación de semejanza, en del modo siguiente: dos números de N están relacionados si alguna de sus cifras es la misma. Tendré así :

$$\text{GRAFO} \xrightarrow[\text{(orden k)}]{f1} (\{C_k^n\ ; n = 1,2, \ldots\ldots, k\ , R) \xrightarrow{f2} (N, \sim)$$

La correspondencia f_2 es también un homomorfismo.

El análisis anterior justifica la existencia de **representación**, primer paso para caracterizar una escala de medida.

$$\underline{\underline{A}} = (A,R) \xrightarrow{f} N = (N, \sim)$$

R = relación de semejanza en A

~ = relación de semejanza en N, que hemos definido

El problema de la **unicidad de la representación** parece mas complejo. Es claro que cualquier conjunto de números de que pueda ponerse en correspondencia biunívoca con el obtenido para representar A, no nos sirve como representación. Así:

{ 1, 2, 3, 12, 13, 23, 123 }
{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 } representación no válida.

Por tanto la representación obtenida no es invariante por todas las aplicaciones biunívocas de N en N. Por otra parte, si que hay transformaciones biunívocas que dejan invariante la representación, por ejemplo:

{ 1, 2, 3, 12, 13, 23, 123 }
{ 4, 5, 7, 45, 47, 57, 457 }

Estas transformaciones biunívocas que dejan invariante la representación son un subconjunto de las aplicaciones biunívocas de N en N y podemos caracterizarlas adecuadamente. Con ellos admitiré que la representación es invariante a esas transformaciones y que por tanto las relaciones de semejanza pueden servir para elaborar una "escala de medida" que llamaremos "escala de semajanza", como una escala más y de la cual no he encontrado referencias bibliográficas.

La conclusión alcanzada no parece corroborar la idea de Carnap de que las relaciones de semejanza sean el nivel más básico para la reconstrucción del mundo. Si el análisis que antecede tiene sentido, al quedar caracterizadas las "escalas de semejanza" por un subconjunto de las aplicaciones biunívocas de N en N (o de R en R) debemos concluir que están en un nivel superior al de las escalas nominales y no inferior.

¿Significa esto que el número de proposiciones con sentido es mayor en el casode la semejanza que en el de la equivalencia?. A mí, me parece que sí, pues en el caso de la semejanza, dados dos objetos x, y, se puede decir de ellos no sólo "x es igual a y" ó "x es diferente de y" sino tambien "x se parece a y". En caso de existir mas objetos que se parezcan a y, podremos decir cual se parece más a y, cual se parece menos o cuales se parecen lo mismo.

BIBLIOGRAFIA.

BADOSA, X.M. (1989). La metrización y las ciencias sociales. ARBOR, 165, Pág. 9-64

CASTRO, C. de (1986-87). Introducción a la medición axiomática en las ciencias comportamentales I. Estructura de ordenación. THEORIA, Año II, 5-6, pág. 401-426

KOTHE, S. (1968). Cómo utilizar los bloques lógicos de Z.P. Dienes. TEIDE. Barcelona, 1973

LAKOFF, G., (1987). Women, Fire and Dangerous Things. The University of Chicago Press.

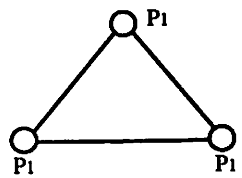
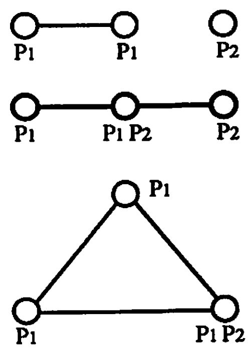
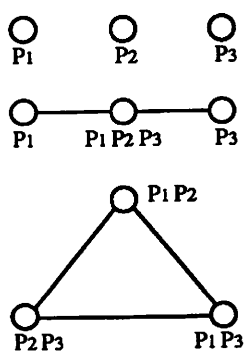
MORMANN, T. (1990). Apuntes del curso de doctorado. "Construcción de modelos en la concepción estructural". UPV/EHU

PETRI, C.A. (1980). Concurrency. Net Theory and Applications. LNCS, Vol. 84, pág. 251-260. Springer-Verlag.

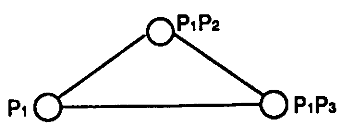
ROSCH, E. (1978). Principles of categorization. Cognition and Categorization. LEA.

NOTAS.-

(1) Si bien grafo en sentido general es la forma expresiva de una relación: conjunto de los pares que la definen, diagramas cartesianos o de Venn,.... aquí llamaremos "grafo" a una forma de expresión, en que los elementos de un conjunto G los representaremos por • , O , ¤, ...y las conexiones entre ellos (—) indican "compartir una propiedad".

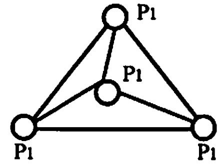
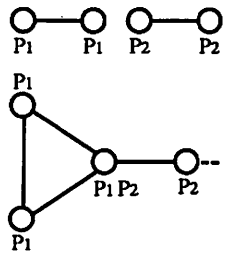
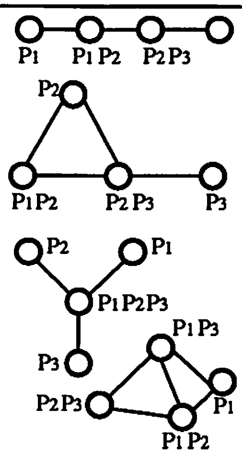
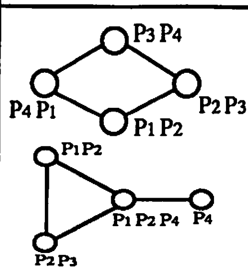
Número de elementos n	Número de propiedades k	Grafo	Análisis
3	1		Caso degenerado
	2		Caso degenerado CADENA ABIERTA Representa una relación de semejanza en sentido estricto (SIMPLEXI) Caso degenerado
	3		Caso degenerado Caso reducible al SIMPLEX 1 CADENA CERRADA Ó BUCLE (SIMPLEX II)

NOTA: Para cada forma geométrica del grafo sólo doy una solución, o sea, una posible asignación de propiedades a los nudos. Pueden construirse otras. Por ej., para el bucle



Toda la combinatoria de propiedades son deducibles de los grafos generales de las tablas IV (para 3 prop.) ó V (para 4 propiedades)

TABLA II

Número de elementos n	Número de propie-dades k		
4	1		Caso degenerado
	2		Casos degenerados
	3		Casos degenerados CADENA ABIERTA CADENA + BUCLE ESTRELLA (SIMPLEX III) DOBLE BUCLE
	4		CADENA CERRADA O BUCLE. Equivale a: (CADENA + BUCLE) caso anterior de tres propiedades

* Sólo se consideran enlaces simples <> compartir una propiedad

TABLA III

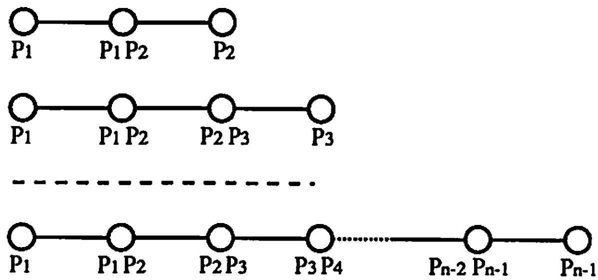
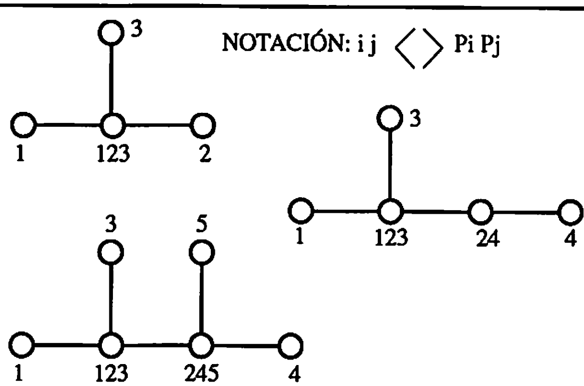
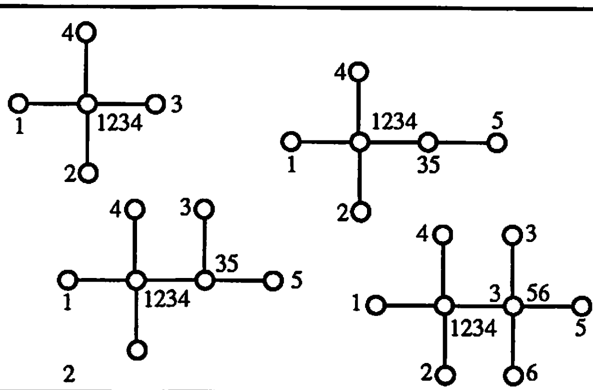
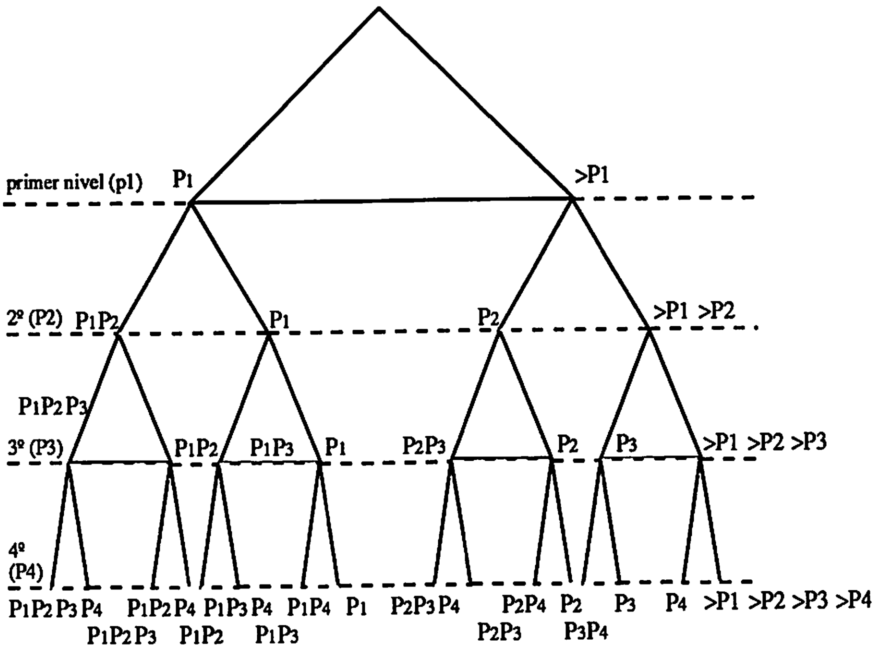
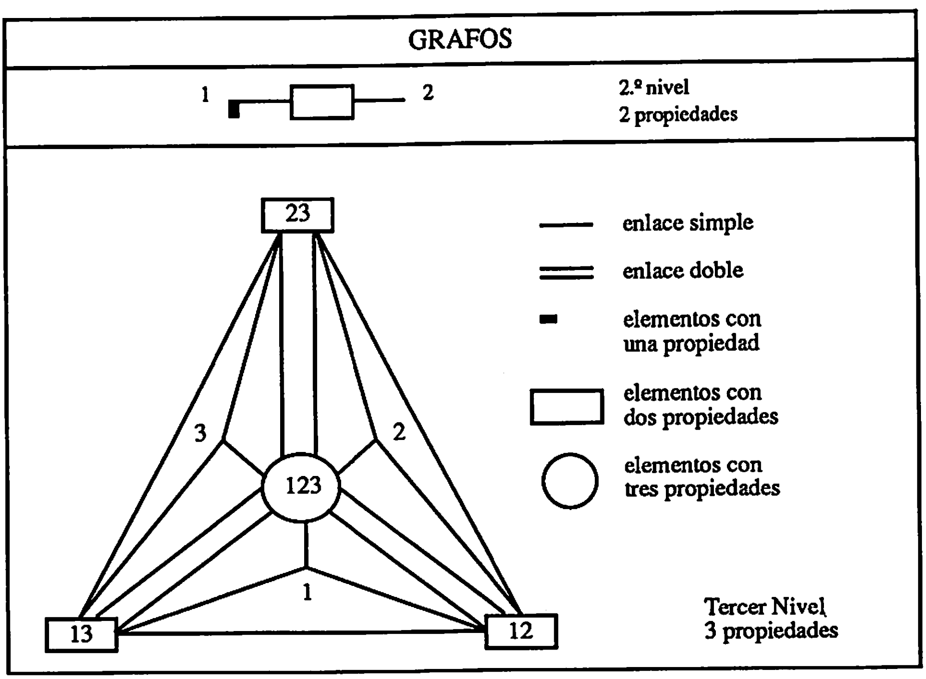
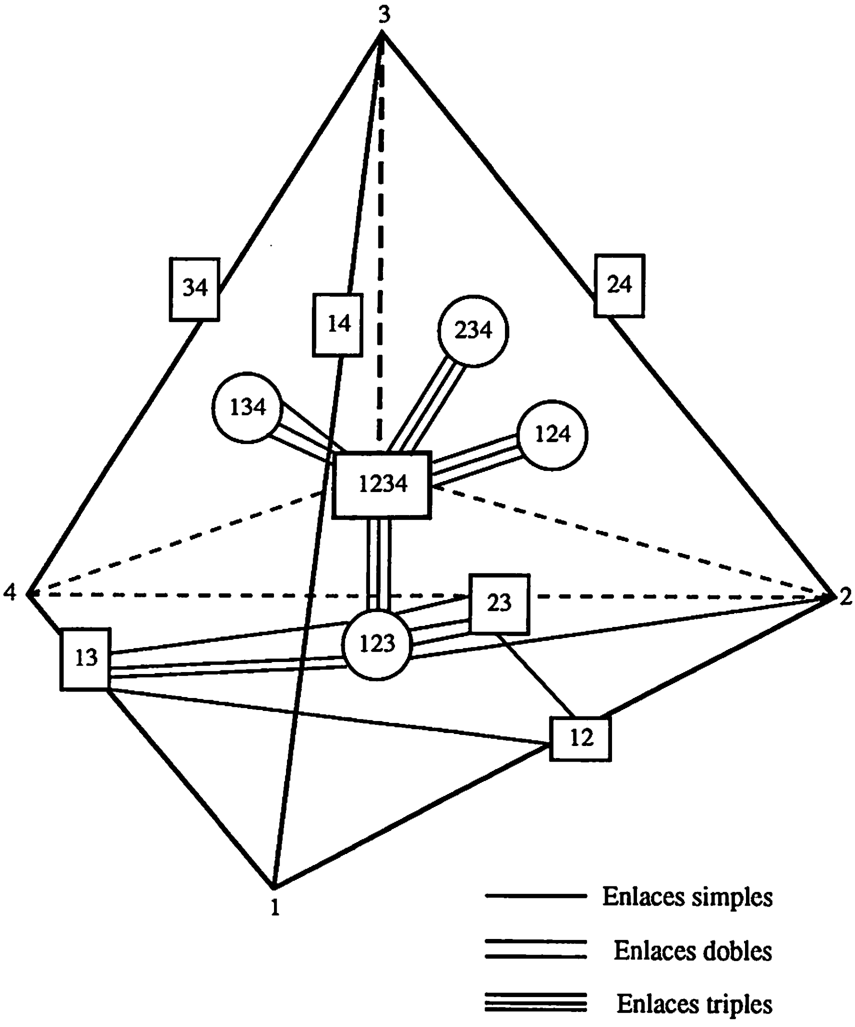
<table>
<tr><th>Elementos
n</th><th>Propie-
dades
k</th><th>CADENAS ABIERTAS, con Enlaces Simples: C A S</th></tr>
<tr><td>3
4
--
n</td><td>2
3
--
n-1</td><td>
</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>ESTRELLAS ABIERTAS, con enlaces simples: EAS 3
y CADENAS ESTRELLADAS (base estrella de tres puntas)</td></tr>
<tr><td>4
5
6</td><td>3
4
5</td><td>
</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>ESTRELLAS ABIERTAS, con enlaces simples: EAS 4
y CADENAS ESTRELLADAS (base estrella de 4 puntas)</td></tr>
<tr><td>5
6
7
8</td><td>4
5
5
6</td><td>
</td></tr>
</table>

TABLA IV


primer nivel (p1)
P1
>P1
2º (P2)
P1P2
P1
P2
>P1 >P2
P1P2P3
3º (P3)
P1P2
P1P3
P1
P2P3
P2
P3
>P1 >P2 >P3
4º
(P4)
P1P2P3P4
P1P2P3
P1P2P4
P1P2
P1P3P4
P1P3
P1P4
P1
P2P3P4
P2P3
P2P4
P2
P3P4
P3
P4
>P1 >P2 >P3 >P4


GRAFOS
1
2
2.º nivel
2 propiedades
23
123
13
12
3
2
1
enlace simple
enlace doble
elementos con
una propiedad
elementos con
dos propiedades
elementos con
tres propiedades
Tercer Nivel
3 propiedades



GRAFO para 4 propiedades.

Sólo se han dibujado los enlaces triples y alguno de los dobles y simples. Todas las caras del tetraedro tienen la misma estructura de enlaces que la base. Todos los elmentos comparten enlaces con el 1234, siendo el orden de estos enlaces igual al n.º de propiedades que cada elemento tiene.

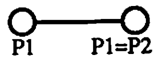
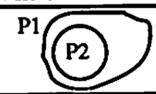
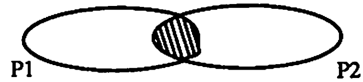
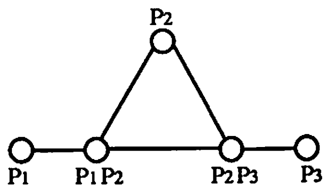
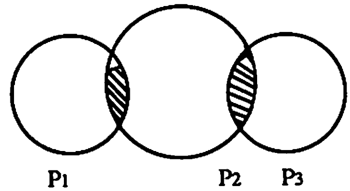
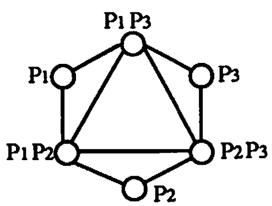
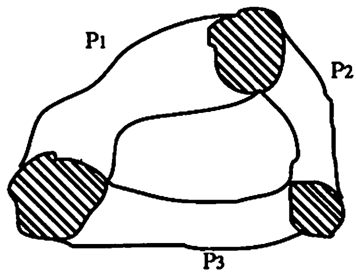
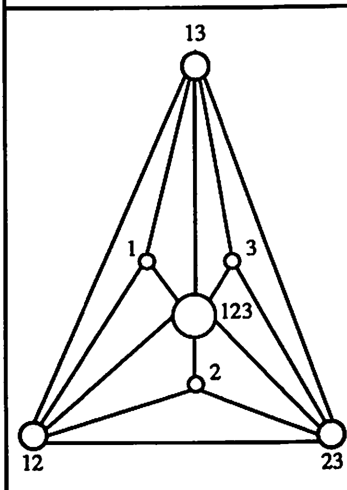
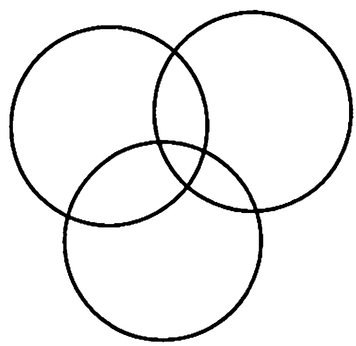
Algunos ejemplos de equivalencia entre GRAFOS y REPRESENTACIONES en DIAGRAMAS DE VENN.				
N.º Prop.	**G R A F O S**		**DIAGRAMAS DE VENN**	
2				
				
3				
				
				

TABLA VII

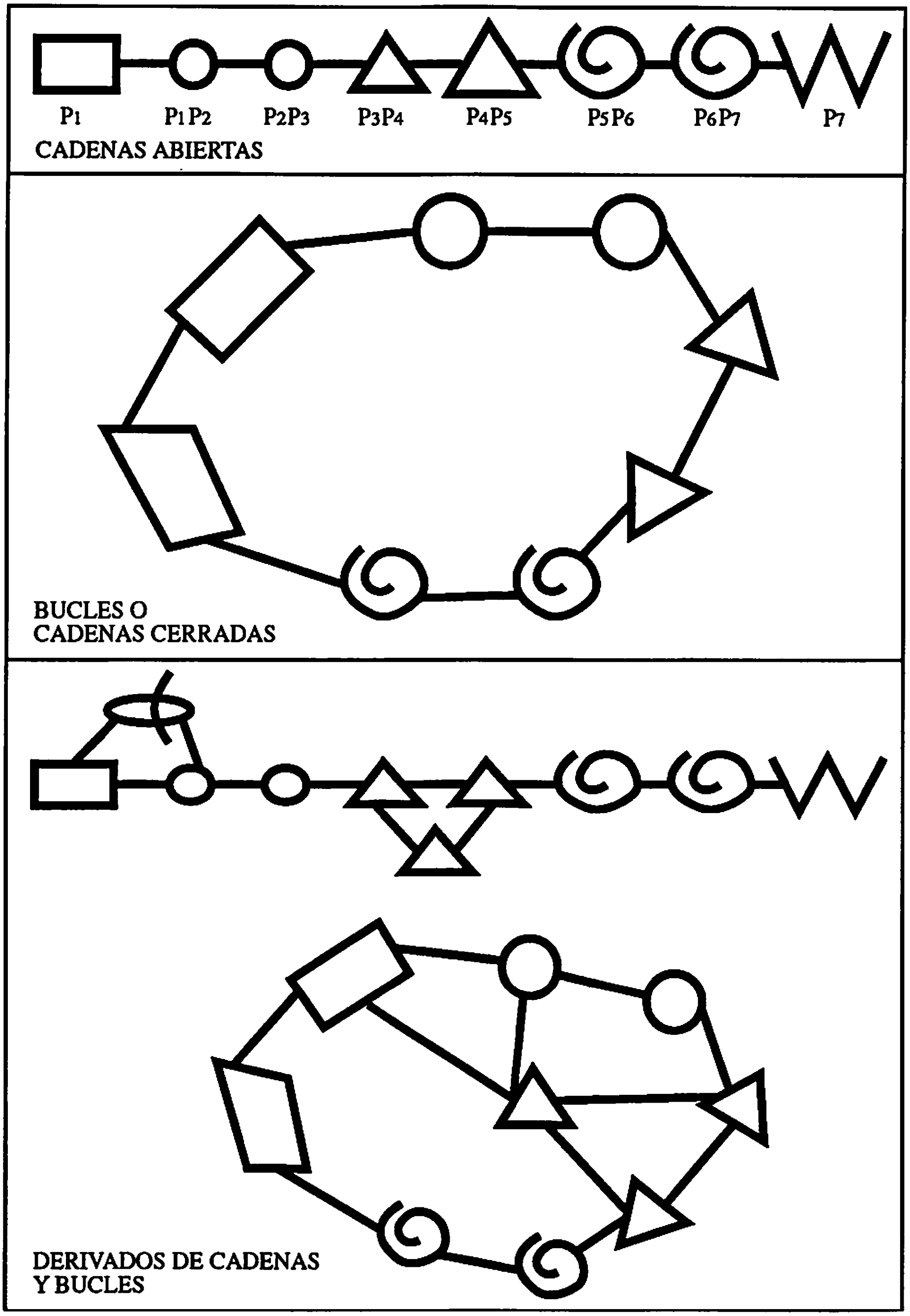
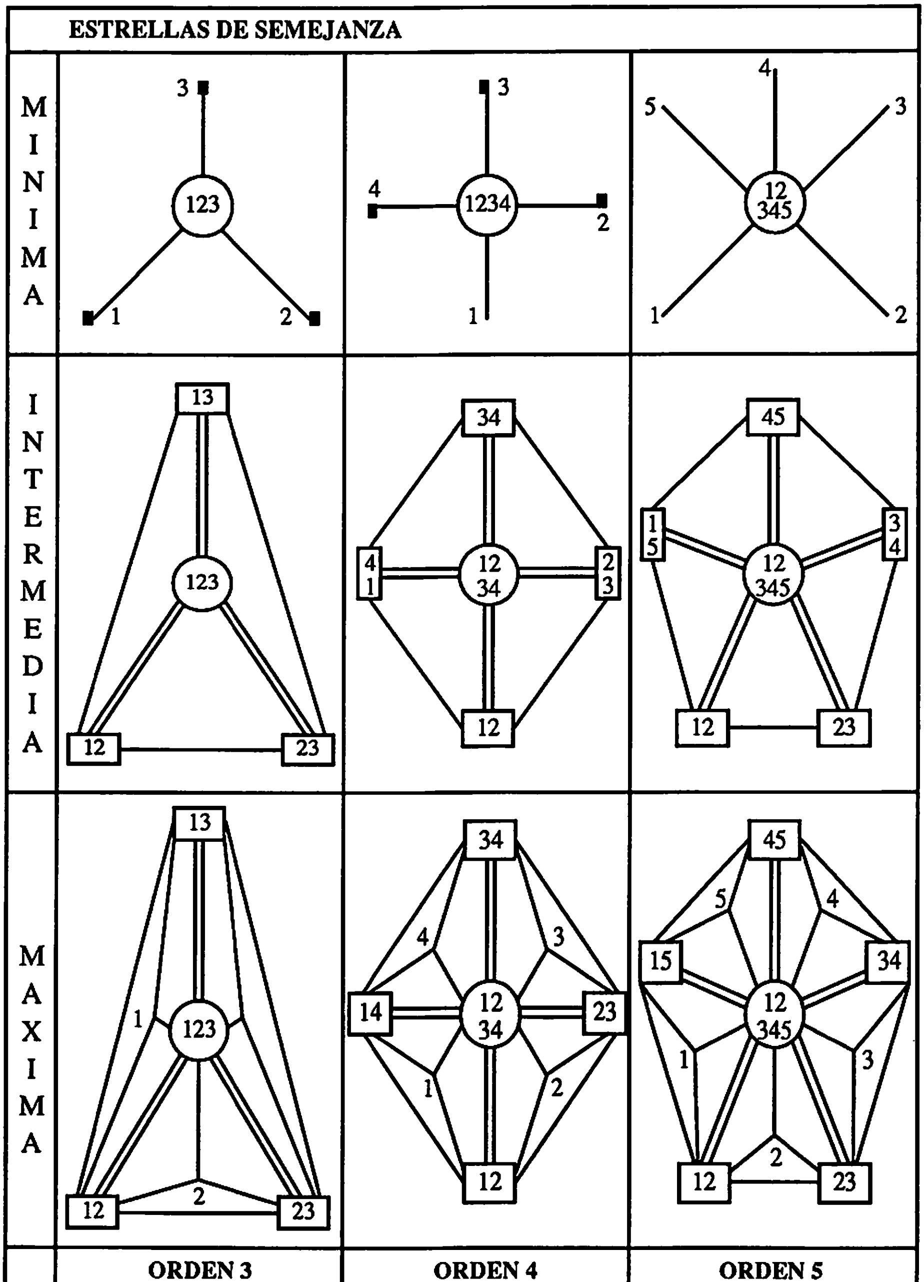

P_1
P_1P_2
P_2P_3
P_3P_4
P_4P_5
P_5P_6
P_6P_7
P_7
CADENAS ABIERTAS
BUCLES O
CADENAS CERRADAS
DERIVADOS DE CADENAS
Y BUCLES

TABLA VIII


ESTRELLAS DE SEMEJANZA
MINIMA
INTERMEDIA
MAXIMA
123
1234
12 345
12 34
13
12
23
34
41
14
45
15
34
ORDEN 3
ORDEN 4
ORDEN 5