

# **GARABATOS GEOMÉTRICOS**

Manuel Barrantes López .  
Dpto. Didáctica de las C.Ex. y de las Matemáticas.  
Universidad de Extremadura.

María Barrero Pedraza y Carmen Ruiz Fernández.  
Maestras C.P. "San Fernando".

## **SUMMARY**

The didactic research carries out with this experience has got as its principal objective the study of the geometric forms, its elements or parts and a possible informal clasification (previous to the formal clasification), taking as resources the "Garabatos Geométricos"

## **RESUMEN**

La investigación didáctica llevada a cabo con esta experiencia tiene como principal objetivo el estudio de las formas geométricas, sus partes o elementos y una posible clasificación informal (previa a la clasificación formal), tomando como recursos los Garabatos Geométricos.

## **INTRODUCCIÓN**

Este trabajo se encuadra en la línea de investigación didáctica "Nuevos métodos para la Enseñanza de la Geometría. Aplicaciones al Curriculum de la Enseñanza Primaria y Secundaria" que desarrollamos en el Departamento de Dca. de las C. Ex. y de las Matemáticas.

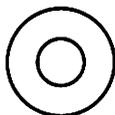
La investigación sigue dos vertientes que se relacionan entre sí:

Por una parte, en el contexto de la formación inicial de profesores de Primaria, las alumnas y alumnos investigan, establecen las distintas posibilidades que tiene este nuevo recurso y elaboran actividades para su posterior aplicación en la escuela.

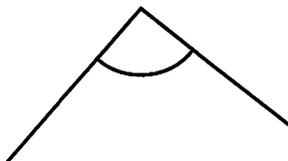
En la segunda vertiente estas actividades son realizadas en el aula de Primaria donde evaluamos la conveniencia o no de ellas y las posibles modificaciones que se pueden introducir para seguir investigando. En este artículo nos centramos primordialmente en esta segunda parte, es decir, en el desarrollo de la experiencia con los niños y niñas de una Escuela.

Antes de describir la experiencia, debemos precisar que los garabatos son esos pequeños dibujos que utilizan la menor cantidad de líneas posibles y que representan algo que generalmente es sorprendente, divertido e inesperado, no para el que los construye, sino para el que los observa como los ejemplos que mostramos en el dibujo 1 y que han sido extraídos de la experiencia.

## DIBUJO 1



UN CHUPETE VISTO DE FRENTE,  
PAPELERA, GLOBO VISTO DESDE ABAJO,  
PESA, ROSQUILLA, TUBO DE ESCAPE.



UN SEÑOR CALVO LEYENDO EL PERIÓDICO,  
LA PUNTA DE UN LÁPIZ, PICO DE CAJA DE LECHE,  
TETA, ESQUINA CAMPO FÚTBOL, PICO DE PAJARO.

(Respuestas de los alumnos)

Este tipo de dibujos es un juego muy motivante y cotidiano entre los niños. Además, su construcción es sencilla pues son unas pocas líneas construidas en el plano pero observadas desde una perspectiva espacial.

Este interés de las niñas y niños por los garabatos nos llevó a reflexionar sobre la posibilidades que estos dibujos podrían tener a la hora de trabajar en la Primaria las figuras planas; ya que estas se pueden introducir mediante los garabatos como una proyección de un objeto de tres dimensiones, que el alumno conoce y que pertenece a su entorno, y no como una forma abstracta y aislada, dibujada sobre el papel, que es como a menudo se les presenta en los libros de texto.

Por otra parte, el diseño por los alumnos de Garabatos Geométricos potencia la construcción, además de las formas comunes y casi siempre regulares, de otras formas menos comunes: polígonos irregulares convexos o cóncavos con un número de lados no corriente (por ejemplo de 11, 17 ó 21 lados), inscritos, circunscritos, sectores, segmentos esféricos, figuras asimétricas... que son más difíciles de obtener de una forma espontánea utilizando otros materiales o recursos.

## **OBJETIVOS Y DISEÑO DE LA EXPERIENCIA**

Nuestros objetivos en esta experiencia están en consonancia con las recomendaciones del N. C. T. M. (1992) en el sentido de realizar una serie de actividades con Garabatos Geométricos que den a los alumnos la oportunidad de manipular, observar, explicar, conjeturar, descubrir, y demostrar relaciones entre las diferentes formas, sus partes o elementos orientadas a establecer las clasificaciones correspondientes. Otros objetivos pueden ser alcanzados con estas actividades como: desarrollar en los alumnos el sentido de la perspectiva

(tan importante en el estudio de las figuras espaciales y su representación), la creatividad en Matemáticas, etc.

La experiencia se ha desarrollado en el C.P. San Fernando de Badajoz con dos grupos de alumnos de Primer Nivel del Tercer Ciclo de Educación Primaria que podemos caracterizar como un grupo de alumnos de clase socio-cultural media. El contexto en el que se llevó a cabo es el de un grupo natural trabajando con su dinámica usual.

Las profesoras de Matemáticas de cada grupo emplean normalmente dos horas a la semana para realizar actividades abiertas del tipo de la nuestra.

Para desarrollar las actividades nos hemos basado en el modelo (Niveles y Fases) de Van Hiele ya que es el más extendido en el campo de la Geometría, desde el punto de vista de la Enseñanza y el Aprendizaje, dando lugar a buenos resultados en la Enseñanza de las Formas Planas y en otros contenidos de la Geometría, Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1989)

El desarrollo de la experiencia se hace en una serie de fases que son las siguientes:

En una primera fase realizamos una prueba para saber qué conocimientos teóricos previos tienen las alumnas y los alumnos.

En una segunda fase presentamos a los alumnos una serie de Garabatos a modo de introducción, para posteriormente trabajar en grupos de cuatro sobre una serie de Garabatos planteados.

En una tercera fase las chicas y chicos elaboran en grupos sus propios Garabatos y los presentan al gran grupo indicando su significado, las formas geométricas que contienen, así como las partes o elementos que puedan aparecer en el Garabato de una manera explícita.

En una cuarta fase volvemos a realizar la prueba inicial y comparamos los resultados para establecer conclusiones.

En los siguientes apartados pasamos a desarrollar más ampliamente estas fases.

## **PRIMERA FASE**

En primer lugar, nos interesaba saber qué recordaban y qué conocían los alumnos y alumnas de los conceptos que íbamos a trabajar.

Para ello les pasamos una prueba de diez actividades en las que incidíamos en los conceptos que presumiblemente debían conocer y en

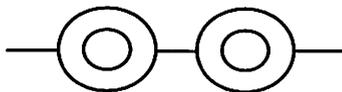
aquellos otros que iban a ser conocidos durante la experiencia, como son: triángulos y cuadriláteros y polígonos en general, sus elementos y sus posibles clasificaciones; polígonos regulares e irregulares, figuras convexas y cóncavas; círculo, circunferencia y figuras derivadas.

Los resultados de esta fase los comentaremos conjuntamente con los resultados finales obtenidos en la última fase.

## SEGUNDA FASE

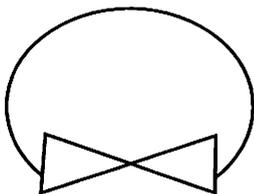
En esta fase nos centramos primordialmente en familiarizar a las alumnas y alumnos con los garabatos geométricos. Presentábamos una serie de garabatos, a modo de introducción, que dibujábamos en la pizarra y les preguntábamos ¿Qué puede ser esta figura que hemos dibujado en la pizarra?. El número de respuestas obtenidas en unos primeros minutos fue impresionante, como podemos observar en el dibujo 2 donde mostramos los garabatos expuestos, así como el número de respuestas distintas dadas por los docentes durante esta sesión de una hora.

DIBUJO 2



DOS MEJICANOS LLEVANDO UNA BARRA,  
GAFAS, CARTUCHOS ATADOS, OJOS DE RANA,  
PARTE DE ARRIBA DE BIKINI, HIDROAVIÓN,  
BANDERILLAS DE COMER,  
ACEITUNAS RELLENAS CON PINCHO,  
PUÑOS DE LA MOTO Y FAROS,  
BOTONES DE UNA CAMISETA.

(78 Respuestas)

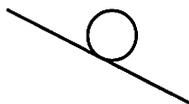


MARIPOSA SALTANDO A LA COMBA,  
NIÑO DE ESPALDA CON SOMBRERO,  
PAJARITA, COLLAR DE PERRO,  
NOCHE ROMÁNTICA CON LUNA AL FONDO  
Y DOS TIENDAS DE CAMPANA,  
UNOS CASCOS DE MÚSICA,  
RELOJ DE ARENA COLGADO DE CUERDA,  
CINTILLO CON LAZO, ANILLA, PENDIENTE,  
DIABOLO.

(116 Respuestas)

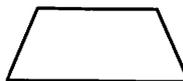
En la siguiente sesión, las alumnas y alumnos trabajaban en grupos de cuatro sobre unas fichas de garabatos que le habíamos entregado. Cada uno aportaba sus respuestas sobre lo que podían representar aquellos garabatos y lo apuntaban en la ficha. Posteriormente realizábamos la puesta en común con toda la clase donde aunábamos todas las posibles respuestas, suprimiendo las repetidas. En el dibujo 3 mostramos una de estas fichas, así como el total de respuestas y una muestra de estas.

DIBUJO 3



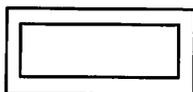
BOLA SOBRE MADERA,  
AVIÓN, BALANZA, SOL,  
BOLA DE BILLAR Y PALO,  
NIÑO ABIERTO DE BRAZOS.

(64 Respuestas)



MESA, CUADRILATERO DE BOXEO,  
MESETA, UNA BANERA,  
UN CALENDARIO

(81 Respuestas)



PIZZARRA, CUADRO, RADIADOR,  
ESPEJO, PUERTA, PARED,  
CARPETA, MURAL.

(102 Respuestas)



PORCIÓN DE PIZZA,  
GORRO DE CHINO, SERVILLETA,  
PIRÁMIDE, REGLA.

## TERCERA FASE

Una vez familiarizados las alumnas y alumnos con los garabatos geométricos abordamos nuestro estudio utilizando estos como único recurso para poder evaluar mejor su incidencia en el conocimiento de las formas geométricas.

Las siguientes actividades las realizamos sobre mallas de puntos cuadradas y triangulares en la que las alumnas y alumnos, en grupos de cuatro, construían sus propios garabatos. Cada alumno del grupo debía saber qué representaba cada garabato, así como las formas geométricas que habían utilizado para construirlos. Si dudaban de alguna forma o no la conocían, nosotros les asesorábamos.

Esto nos garantizaba que en la puesta en común cualquier alumno del grupo podía salir a la pizarra a dibujar sus garabatos, expresar su significado y las formas que habían utilizado para construirlos.

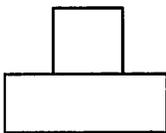
Cuando todos los grupos habían dibujado sus garabatos hicimos algunas actividades como: clasificar aquellos que se habían construido solamente con polígonos, y mixtos (polígonos y otras formas); establecíamos cuáles eran polígonos y cuáles no, observando y marcando el contorno total de la figura. Aprovechábamos también para introducir nuevos conceptos como polígonos regulares e irregulares, formas cóncavas y convexas y reforzar los ya conocidos por los alumnos: lados, ángulos etc.

En la siguiente sesión nos especializábamos en la construcción de garabatos formados solamente con polígonos. La metodología a seguir era la misma que la descrita anteriormente aunque en este caso hacíamos mayor incidencia en el estudio de los polígonos, sus elementos y su clasificación: por el número de lados, polígonos cóncavos y convexas, y regulares o no. Trabajábamos, también, el paralelismo de sus lados, número de pares de lados paralelos, la perpendicularidad de sus lados; tipos de ángulos, etc.

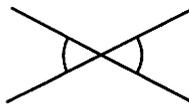
Las siguientes sesiones se centraron en polígonos particulares: triángulos, cuadrados, polígonos de más de cuatro lados, y en el estudio de las formas redondas y sus elementos. De estas trabajamos concretamente: radio, diámetro, cuerdas, semicírculos, arco, e introducimos dos nuevos conceptos: sector circular y segmento circular.

El desarrollo de la experiencia en esta fase nos hizo observar la capacidad de los alumnos para generar gran cantidad de polígonos, la mayoría en nada parecido a los que comunmente podemos observar en la vida ordinaria. Esto favorecía a que el alumno adquiriera una idea más general del concepto de polígono. El dibujo 4 nos muestra algunos ejemplos elaborados por las alumnas y alumnos, que corrobora gráficamente lo expuesto en este apartado.

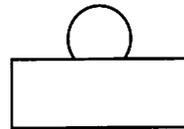
DIBUJO 3



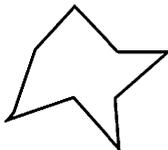
UN TELEVISOR ENCIMA  
UN MUEBLE



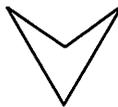
PÁJAROS BESÁNDOSE



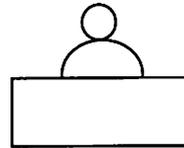
NIÑO ASOMADO A LA BAÑERA



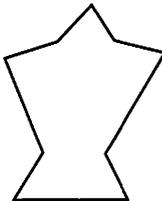
BOCA DE UN FANTASMA



UNA GAVIOTA VOLANDO



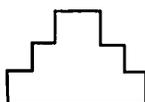
VIEJA LEYENDO EL PERIÓDICO



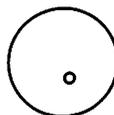
MANIQUI O CAFETERA



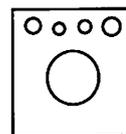
PULPO disfrazado de FANTASMA



TARTA DE CUMPLEAÑOS



OSO SENTADO DE ESPALDA



LAVAJILLA

## FASE CUARTA

En la última sesión pasamos a las alumnas y alumnos una segunda prueba con las mismas actividades de la primera fase. No les avisamos previamente de que íbamos a realizar esta prueba para que los resultados obtenidos, aunque fueran menos exitosos, reflejaran más claramente las posibilidades reales de los garabatos como recurso en la enseñanza de la geometría.

Dichos resultados se analizan más ámpliamente en el siguiente apartado, conjuntamente con los de la primera prueba.

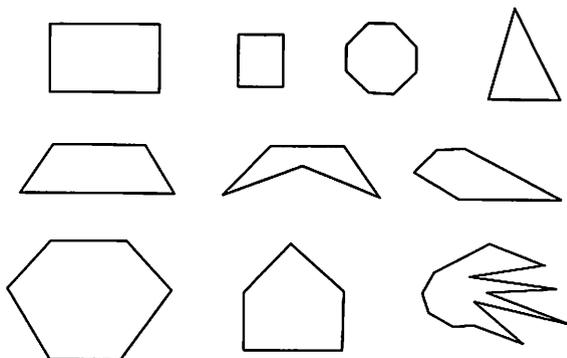
## ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS ACTIVIDADES MÁS RELEVANTES DE LA PRUEBA A PRIORI Y A POSTERIORI

Uno de los principales objetivos de nuestra experiencia era el reconocimiento por las alumnas y alumnos de las formas planas, pero no en el sentido de saber expresar su nombre sino orientado a que dicho conocimiento se enmarque dentro de una clasificación informal de las formas que les lleve posteriormente a la clasificación formal.

En una de las actividades de la prueba, como se puede ver en el dibujo 5, presentábamos una serie de polígonos que debían identificar con todos los nombres posibles, recordando aquellas clasificaciones informales que habíamos ido practicando durante las sesiones anteriores. En ningún momento les hicimos indicaciones a las niñas y los niños referentes a si podían colocar uno o varios nombres debajo de cada figura. La mayoría optó en colocar varios nombres para cada una de las formas geométricas en la prueba a posteriori.

DIBUJO 5

INDICA EL NOMBRE DE ESTOS POLÍGONOS



Podemos observar en el gráfico 1 que las figuras más identificadas en la prueba previa fueron el rectángulo, el cuadrado y el triángulo. Estas identificaciones se extendían considerablemente a todas las demás formas cuando presentamos la misma prueba después de la experiencia con garabatos, cuyos porcentajes quedan sobradamente explícitos en dicho gráfico.

La figura de trece lados obtenía un bajo porcentaje de aciertos porque según nos comentaba el alumnado querían darle un nombre específico y no les parecía adecuado el de "polígono de trece lados" de igual forma que al exágono no lo expresaban como "polígono de seis lados".

GRÁFICO 1

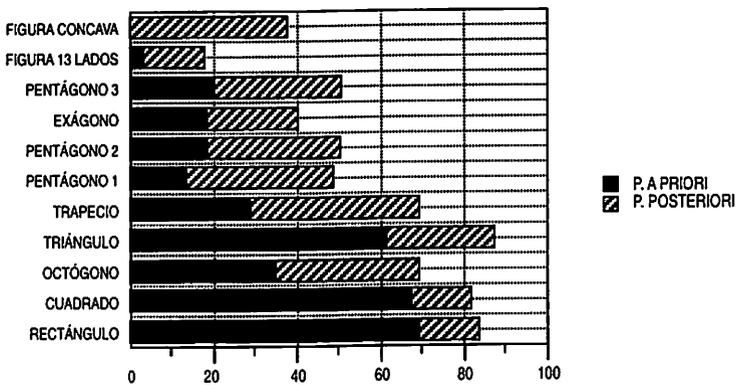
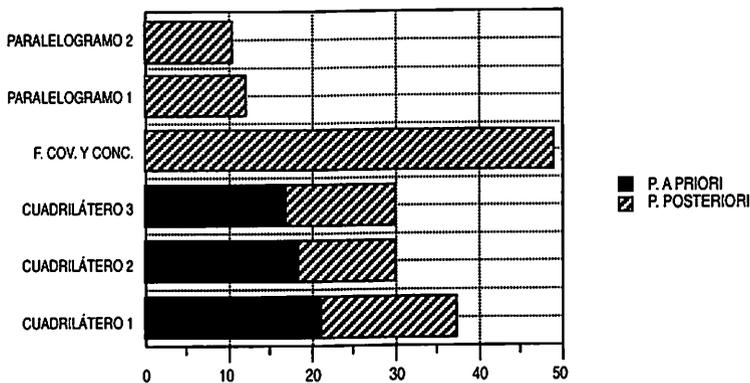


GRÁFICO 2

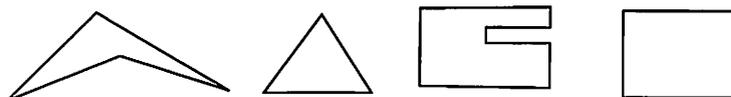


Además de su nombre específico, las chicas y los chicos identificaban los tres cuadriláteros y los dos paralelogramos en unos porcentajes considerables, como podemos ver en el gráfico 2.

Un cincuenta por ciento de alumnos clasificaba correctamente, de una forma espontánea, todas las figuras de la actividad como cóncavas y convexas, conceptos que como podemos observar en el gráfico 2 no aparecen como resultados positivos en la encuesta previa pues fueron conocidos durante la experiencia.

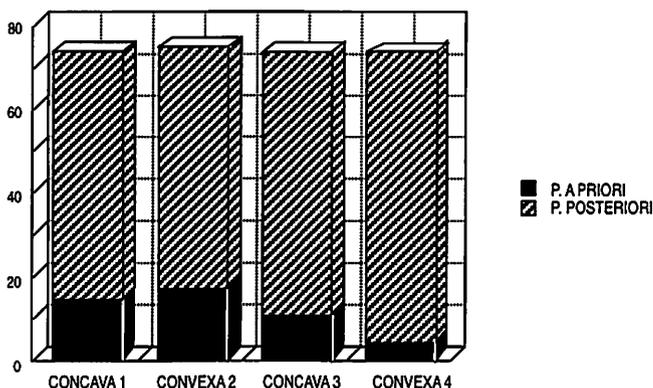
#### DIBUJO 6

ESCRIBE debajo de estos polígonos la palabra CONVEXO o CÓNCAVO según les corresponda.



De hecho en otra actividad de la prueba (ver dibujo 6) en la que incidíamos directamente en esta clasificación de las figuras, los resultados positivos fueron superiores, pues como muestra el gráfico 3 alrededor de las tres cuartas partes del alumnado identificaba correctamente las figuras como convexas o cóncavas frente a los pobres resultados de la prueba a priori debidos en su mayoría al azar.

GRÁFICO 3



Otra actividad de la prueba (ver dibujo 7) se centraba principalmente en los cuadriláteros y algunas de sus propiedades relacionadas con ángulos y paralelismos.

DIBUJO 7

Contesta SI o NO

	TODOS LOS LADOS SON IGUALES	TODOS LOS ÁNGULOS SON RECTOS	TIENE UN PAR DE LADOS PARALELOS	TIENE DOS PARES DE LADOS PARALELOS
CUADRADO				
ROMBO				
RECTÁNGULO				
ROMBOIDE				
TRAPECIO				

GRÁFICO 4

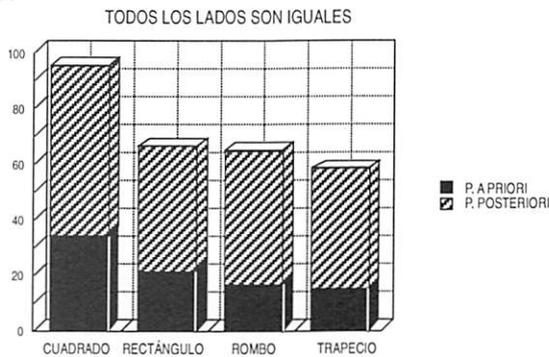
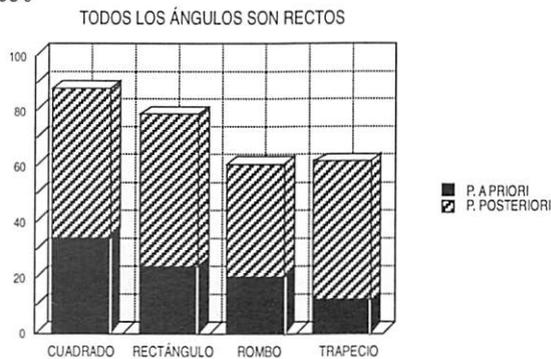


GRÁFICO 5



Según podemos ver en el gráfico 4 dos tercios del alumnado reconocían correctamente a posteriori que los lados de los trapecios, rombos y rectángulos no son todos iguales, sin embargo la mayoría era capaz de afirmar que los lados del cuadrado eran todos iguales. Podemos comprobar que los resultados positivos a posteriori aumentan considerablemente frente a la prueba a priori, tanto en este apartado como en el siguiente referente a la identificación de los ángulos y que podemos construir en el gráfico 5.

Referente a las dos últimas cuestiones de paralelismo, los resultados comparativos de las dos pruebas aparecen en los gráficos 6 y 7.

En estos dos gráficos nos parece interesante resaltar dos cuestiones:

Por una parte el aumento considerable de alumnado que han observado que los trapecios tienen un par de lados paralelos y no tienen los pares de lados paralelos. Propiedad que parece no ser tan interiorizada en los demás casos debido quizás al principal hincapié que se hace de ella cuando se definen los trapecios, muestra de ello son los resultados más bajos obtenidos en las otras figuras.

GRÁFICO 6

TIENE DOS PARES DE LADOS PARALELOS

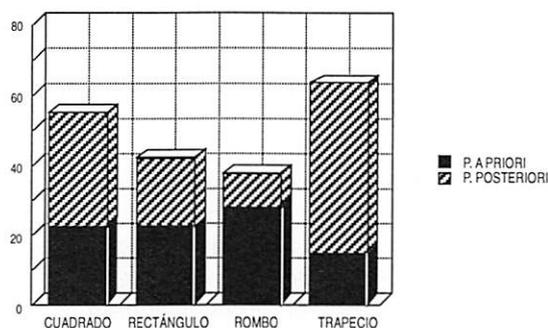
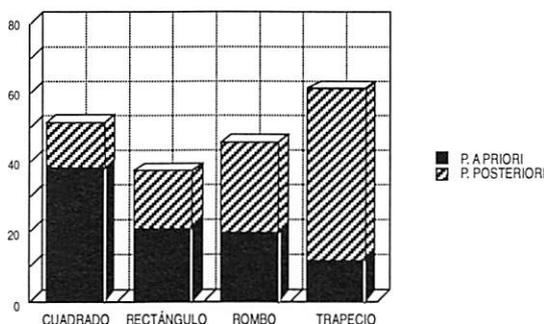


GRÁFICO 7

TIENE UN PAR DE LADOS PARALELOS



Por otra parte, pudimos detectar la dificultad que mostraban a la hora de entender la clasificación por inclusión, es decir: si tienen dos pares de lados paralelos entonces tienen un par de lados paralelos, inclinándose más por una clasificación de clases disjuntas. Esto se puede observar en los resultados, incomprensiblemente más bajo comparados con las actividades anteriores, obtenidos con los rectángulos y cuadrados.

El resto de las actividades de la prueba denotan unos resultados similares a los ya comentados que no aportan ningún aspecto más de interés que merezca la pena resaltar.

## **NOTAS FINALES**

Nos parece interesante resaltar el gran interés y la fuerte motivación que se ha producido en el aula, desde la primera sesión que comenzamos a trabajar con los garabatos. Pero esto no tendría importancia sino hubiéramos observado que las chicas y chicos se han divertido a la vez que trabajaban y aprendían, entre otras cosas, las formas geométricas.

Comentamos, también, que aunque nuestra experiencia se basaba en utilizar solamente garabatos sin usar otros recursos por las razones ya expuestas, es conveniente en la práctica del aula incorporar los garabatos como un recurso más entre otros, bien como introductores, aprendizaje o refuerzo de la enseñanza de las formas geométricas para una posible clasificación posterior.

Actualmente continuamos la experiencia cuantificando los resultados de las figuras redondas y trabajando en la clasificación ya formal de las formas geométricas, mediante garabatos, basándonos en las clasificaciones que proponen Craine, T. V. y Rubenstein, R. N. (1993) donde las inclusiones se muestran en forma de árbol, método que consideramos muy adecuado para la Educación Primaria.

## **BIBLIOGRAFÍA**

CRAINE, T.V. y RUBESTEIN, R.N. (1993) *A quadrilateral Hierarchy to Facilitate Learning in Geometry*. Mathematics Teacher, V. 86 (Enero), nº1, pp. 30-36. N.C.T.M.

FOUZ, F. (1994). *Reflexiones entorno a la Didáctica de la Geometría*. Aula de Innovación Educativa, 29, pp. 11-16. Grao.

GUTIÉRREZ, A. y JAIME, A. (1989). *Bibliografía sobre el modelo de razonamiento de Van Hiele, en Enseñanza de las Ciencias*, V. 7, tomo 1, pp. 89-95.

JAIME, A. y GUTIERREZ, A. (1994). *Analizando las reacciones de los estudiantes en clase de Geometría*. Aula de Innovación Educativa, 29, pp. 5-10. Grao.

N.C.T.M. (1992). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. N.C.T.M.

N.C.T.M. (1992). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla. S.A.E.M. (Edición en español)